



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۳
شهر پور ماه ۱۴۰۳



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیعزاده – مهرداد کیوان		مهدیار شریف – فاطمه فرجی
۲	هندسه	مهیار راشدی	حسن محمدیگی – علیرضا شیرازی فرزوش لک	سینا پرهیزکار – مهدیار شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی – مصطفی دیداری	مهدیار شریف – فاطمه فرجی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مجتبی دانایی – محمد مهدی شریفی	محمد رضا خادمی – امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محسن خوشدل – مراد مدقالچی	محمد داودآبادی – کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدى - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$A = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{\sqrt{2}-\sqrt{12}} \cdot (\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

اگر فرض کنیم: $B < 0$

$$B = \sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

$$B^2 = 2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-2\sqrt{4-3} = 2 \Rightarrow B = -\sqrt{2}$$

$$A = (\sqrt{2})(-\sqrt{2}) = -2$$

۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \frac{(a\sqrt{a})^3 - 1}{a^3 + a\sqrt{a} + 1} \cdot (a\sqrt{a} + 1)$$

$$A = \frac{(a\sqrt{a}-1)(a^3 + a\sqrt{a} + 1)}{a^3 + a\sqrt{a} + 1} \cdot (a\sqrt{a} + 1)$$

$$A = (a\sqrt{a}-1)(a\sqrt{a} + 1)$$

$$\Rightarrow A = a^2 - 1 \Rightarrow A(\sqrt[3]{3}) = 2$$

۳. گزینه ۱ صحیح است.

چون $P(x)$ عامل $x-2$ دارد، پس $P(2) = 0$ یعنی:

$$P(2) = 8a - 44 + 16a + 2 - 6 = 0 \Rightarrow 24a - 48 = 0$$

یعنی $a = 2$ و به این ترتیب:

$$P(x) = 2x^3 - 11x^2 + 17x - 6$$

$$= (x-2)(2x^2 - 7x + 3) = (x-2)(2x-1)(x-3)$$

$$P(3x-2) = (3x-2)(6x-5)(3x-5)$$

۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} y = 2 + \frac{x}{a} \\ y = \frac{-3x}{a} + b \end{cases} \xrightarrow{x=0} 2 = b$$

$$m_1 m_2 = -1 \Rightarrow \frac{1}{a} \left(-\frac{3}{a} \right) = -1 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

پس $a^2 b$ برابر ۶ است.

۵. گزینه ۲ صحیح است.

شکل مثلث را به صورت مقابل فرض می‌کنیم:

$$1) m_{AH} \times m_{BC} = -1$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{5-3n}{-1-m} = -1$$

$$\Rightarrow m + 3n = 4$$

$$2) A \in AH \Rightarrow -n = 3 - 4 \Rightarrow n = 1$$

$$\Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow m + n = 2$$

۶. گزینه ۲ صحیح است.

f و g هر دو با دامنه $\mathbb{R}$ نزولی اکید هستند، پس f^{-1} هم نزولی اکید است.

$$f \circ g \circ f^{-1}(x) < 3 = f(0)$$

f نزولی اکید است.

$$f(g \circ f^{-1}(x)) < f(0) \Rightarrow g \circ f^{-1}(x) > 0 = g(5)$$

g نزولی اکید است.

$$f^{-1}(x) < 5 = f^{-1}(0)$$

f^{-1} نزولی اکید است.

$$x > 0$$

۷. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید $y = -x$ و $y = \sqrt{1-2x}$ هر دو نزولی اکید هستند، پس مجموع آنها نزولی اکید است. یعنی $f(x)$ تابعی اکیداً نزولی است، پس:

$$a \leq f^{-1}(x) \leq 0 \Rightarrow f(a) \geq f(f^{-1}(x)) \geq f(0)$$

از آنجایی که $f \circ f^{-1}(x) = x$ پس:

$$f(0) \leq x \leq f(a) \Rightarrow 1 \leq x \leq f(a)$$

یعنی $f(a) = 7$ ، پس:

$$\sqrt{1-2a} - a = 7$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-2a} = 7+a \Rightarrow a^2 + 14a + 49 = 1-2a$$

$$a \geq -7$$

$$a^2 + 16a + 48 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ a = -4 \end{cases}$$

غق $a = -12$
قق $a = -4$

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) \leq 0 \Rightarrow x - f^{-1}(x) < 0 \Rightarrow f^{-1}(x) > x$$

چون f صعودی اکید است، پس:

$$f^{-1}(x) > x \Rightarrow f(f^{-1}(x)) > f(x)$$

$$\Rightarrow x > f(x) \Rightarrow x \in (-8, 2)$$

یعنی:

$$f(2) = 0 \Rightarrow x \in (-8, 2] \cap D_{f^{-1}} = (-8, 0]$$

۹. گزینه ۱ صحیح است.

تابع نزولی اکید است و $D_f = [-\frac{4}{3}, 0]$ و برد آن $[\frac{1}{3}, 0]$ است، یعنی نمودار f در ناحیه دوم قرار می‌گیرد، پس f وارون تابع در ناحیه چهارم واقع می‌شود و فقط در $x=0$ تلاقی با یکدیگر دارند یعنی $O(0, 0)$ تنها نقطه تلاقی f و f^{-1} است.

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا ضابطه f را به دست می‌آوریم.
می‌دانیم ارتفاع وارد بر وتر است، پس:

$$AH^2 = 4 \times 1 \Rightarrow AH = 2 \Rightarrow A \left(-1, \frac{1}{2} \right)$$

معادله خط OA برابر $y = -2x$ است یعنی:

$$-1 < x < 0: g(x) = -2x \Rightarrow f(x) + g(x) = ax^2 + 2x$$

برای آنکه $f+g$ صعودی باشد، حالت بحث می‌کنیم.

$$a > 0 \Rightarrow f+g \text{ دارای min است.}$$

در این حالت باید طول رأس قبل از -1 باشد.

$$\frac{-2}{2a} < -1 \Rightarrow \frac{1}{a} > 1 \Rightarrow 0 < a < 1$$

$$a < 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} > 0$$

$$\frac{-2}{2a} > 0 \Rightarrow a < 0$$

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا تابع را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم همزمان x و y را منفی می‌کنیم.

$$y = -2f\left(2 + \frac{x}{3}\right)$$



۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x+1) = (x-2)q(x) + 3 \Rightarrow f(3) = 3$$

$$f(x-2) = (x+1)q_1(x) - 2 \Rightarrow f(-3) = -2$$

$$P(x) = xf(2x+7) - 4f(x-1)$$

برای یافتن باقیمانده $P(x)$ بر $x+2$ داریم:

$$r = P(-2) = -2f(3) - 4f(-3)$$

$$r = -2 \times 3 - 4 \times (-2) = -6 + 8 = 2$$

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$A = -\frac{(1+\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \Rightarrow A = -(1+\sqrt{2})^2$$

$$\sqrt[3]{A} = -(1+\sqrt{2})$$

$$B = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} \Rightarrow B = (\sqrt{3}-1)^2 \Rightarrow \sqrt{B} = \sqrt{3}-1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{B} - \sqrt[3]{A})^2 = (\sqrt{3}-1+1+\sqrt{2})^2 = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow 5+2\sqrt{6} \Rightarrow [5+\sqrt{24}] = 9$$

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{n(n-3)}{2} = m \\ |(m-2)180^\circ - (n-2)180^\circ| = 2160^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{n(n-3)}{2} = m \\ m-n = \pm 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = n \pm 12 \Rightarrow \begin{cases} n^2 - 5n + 24 = 0 : \Delta < 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد} \\ n^2 - 5n - 24 = 0 \Rightarrow (n+3)(n-8) = 0 \end{cases}$$

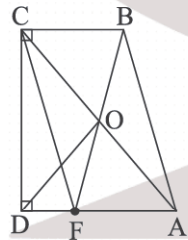
$$\Rightarrow n = 8 \Rightarrow m = 20 \Rightarrow m+n = 28$$

(هندسه دهم، صفحه ۵۵)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

در چهارضلعی $ABCF$ ، AF و CB موازی و مساوی اند. پس $ABCF$ متوازی الاضلاع است. می دانیم در متوازی الاضلاع اقطار متصفاند.

از طرفی در مثلث ADC ، OD میانه وارد بر وتر است. پس AC برابر با 30° واحد است.



$$\Delta ADC : AD^2 = AC^2 - DC^2 \Rightarrow AD^2 = 30^2 - 24^2 = 6^2 (5^2 - 4^2)$$

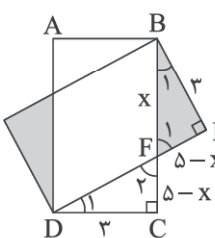
$$\Rightarrow AD^2 = 6^2 (3^2) \Rightarrow AD = 18 \xrightarrow{DF=7} AF = BC = 11$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} CD (AD + BC) = \frac{1}{2} \times 24 \times (18 + 11) = 348$$

(هندسه دهم، صفحه های ۵۹، ۶۰ و ۶۲)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

دو مثلث قائم الزاویه BEF و DFC را در نظر می گیریم.



$$\left. \begin{aligned} \hat{F}_1 &= \hat{F}_2 \\ \hat{E} = \hat{C} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1$$

حال آن را وارون می کنیم.

$$-\frac{y}{3} = f(2 + \frac{x}{3}) \Rightarrow 2 + \frac{x}{3} = f^{-1}(-\frac{y}{3})$$

$$\frac{x}{3} = f^{-1}(-\frac{y}{3}) - 2 \Rightarrow x = 3f^{-1}(-\frac{y}{3}) - 6$$

$$\text{پس } y^{-1} = 3f^{-1}(-\frac{x}{3}) - 6$$

۱۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & x \geq 0 \\ -2x+2 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{-x+2}{-2x+2} \xrightarrow{x \geq 0} h^{-1}(x) = \frac{-2x+2}{-2x+1} & x < \frac{1}{2} \text{ یا } x \geq 1 \\ \frac{-2x+2}{-2x+2} \xrightarrow{x < 0} h^{-1}(x) = \frac{-2x+2}{-2x+2} & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه h^{-1} داریم:

$$h^{-1}(2) = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$3y - 2x = 7 \Rightarrow A \Big|_3 \Rightarrow 9 - 2x = 7 \Rightarrow x = 1$$

پس $A \Big|_3$ روی وارون تابع است، اما $M \Big|_3$ روی نمودار f است.

$$1 = 27 + 9 + 3a - 41 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

اگر $a = 2$ آنگاه $f(x) = -x$ که در $\mathbb{R}$ نزولی اکید است. اگر $g(x) = |x - 3a + 2| - |x - 2a|$ را در نظر بگیریم.

نمودار آن به صورت یا است در حالتی نمودار $y = |x - \alpha| - |x - \beta|$ تابعی نزولی است که $\alpha \geq \beta$ پس:

$$3a - 2 \geq 2a$$

پس $a > 2$ تابعی نزولی و $a = 2$ تابع ثابت است اگر تابع g را با $-x$ جمع کنیم آنگاه f نزولی اکید بود.

۱۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 16 + 8a + 4b - 4 = 0 \Rightarrow 2a + b = -3$$

$$f(-1) = -3 \Rightarrow 1 - a + b - 4 = -3 \Rightarrow b - a = 0$$

$$a = b = -1$$

$$f(x) = x^4 - x^3 - x^2 - 4$$

$$= x^2(x^2 - 1) - (x^2 + 4)$$

$x^2(x^2 - 1)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است. کافی است باقیمانده $-x^2 - 4$ را بر $x^2 - 1$ بیابیم، پس به جای x^2 عدد یک قرار

می دهیم.

$$-x - 4 = r(x)$$

پس باقیمانده $-x - 4$ است.

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$xg(x) + x^2f(x) = (x^2 - 1)q(x) + \alpha x + \beta$$

$$x = 1 : \frac{g(1)}{1} + \frac{f(1)}{1} = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 0$$

$$x = -1 : \frac{-g(-1)}{1} + \frac{f(-1)}{1} = -\alpha + \beta$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -\alpha + \beta = 2 \end{cases}$$

$$\beta = 1, \alpha = -1 \quad r(x) = -x + 1$$



پس:

$$\begin{aligned} \text{محیط } MNPQ &= BD + AC = a + \frac{\sqrt{3}}{3}a = (1 + \frac{\sqrt{3}}{3})a \\ &= (1 + \frac{\sqrt{3}}{3})AB \end{aligned}$$

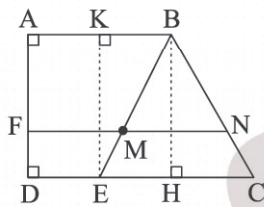
(هندسه دهم، صفحه های ۵۷، ۵۹ و ۶۴)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم در دوزنقه $ABCD$: $(AB \parallel MN \parallel DC)$

$$\begin{aligned} \frac{AM}{MD} &= \frac{BN}{NC} = \frac{m}{n} \\ MN &= \frac{m \times DC + n \times AB}{m + n} \\ S_{ABCD} &= \frac{(AB + CD) \times AH}{2} \end{aligned}$$

با توجه به اینکه $BC = CE = a$ و $\hat{C} = 60^\circ$ است پس مثلث BCE متساوی الاضلاع است.



$$BH = AD = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$EH = HC = \frac{a}{2}$$

از E عمودی بر AB رسم می کنیم.

$$BK = EH = \frac{a}{2}$$

$$\triangle BEC : \left(\frac{BM}{BE} = \frac{2}{3}, MN \parallel EC \right) \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{EC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{2}{3}a$$

$$FM = FN - MN = \frac{3a}{6} - \frac{2}{3}a = \frac{3a}{6} - \frac{4a}{6} = -\frac{a}{6}$$

اگر $AK = DE = x$ باشد، با توجه به $\frac{BM}{ME} = \frac{2}{1}$ داریم:

$$FM = \frac{EM \times AB + BM \times DE}{EM + BM} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1 \times (x + \frac{a}{2}) + 2x}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{3x + \frac{a}{2}}{3} \Rightarrow 3a = 6x + a$$

$$\Rightarrow 6x = 2a \Rightarrow x = \frac{a}{3}$$

بنابراین:

$$AB = \frac{a}{3} + \frac{a}{2} = \frac{5a}{6}, DC = a + \frac{a}{3} = \frac{4a}{3}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(\frac{5a}{6} + \frac{4a}{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{2}a}{2} = \frac{13\sqrt{3}}{24}a^2 = \frac{13}{24}(a^2\sqrt{3})$$

(هندسه دهم، صفحه های ۶۵، ۶۷ و ۷۲)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

در متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند. پس O وسط AC قرار دارد.

نتیجه در مثلث ABC نقطه N نقطه تلاقی میانه هاست. بنابراین:

$$S_{\triangle BMN} = \frac{1}{6}S_{\triangle ABC} \xrightarrow{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{ABCD}} S_{\triangle BMN} = \frac{1}{12}S_{ABCD} \quad (1)$$

پس:

$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{D}_1 \\ \hat{C} &= \hat{E} = 90^\circ \\ DC &= BE \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{(ز.ض.ز)}} \triangle BEF \cong \triangle DFC$$

اگر $BF = x$ باشد آنگاه $FC = BC - BF = 5 - x$ است. بنابراین:

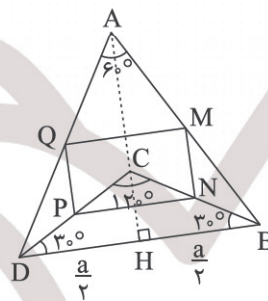
$$\begin{aligned} \triangle BEF : BF^2 &= BE^2 + FE^2 \Rightarrow x^2 = 3^2 + (5-x)^2 \\ \Rightarrow x^2 &= 9 + 25 + x^2 - 10x \Rightarrow x = \frac{34}{10} \end{aligned}$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} S_{\triangle BEF} + S_{\triangle DFC} &= 2S_{\triangle BEF} = 2\left(\frac{1}{2}BE \times EF\right) = 3(5-x) \\ &= 3\left(5 - \frac{34}{10}\right) = 3\left(\frac{16}{10}\right) = \frac{48}{10} = \frac{24}{5} \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.



چون $AB = AD$ و $\hat{DAB} = 60^\circ$ است پس $\triangle ABD$ متساوی الاضلاع است $(AB = AD = BD = a)$. از طرفی چون نقاط A و C هر دو از دو سر پاره خط BD به یک فاصله اند پس A و C روی عمود منصف BD واقع هستند و امتداد AC بر BD عمود است.

(نقاط M و N و P و Q اواسط اضلاع اند.)

طبق قضیه میان خط (عکس تالس) داریم:

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC : MN &= \frac{1}{2}AC, MN \parallel AC \\ \triangle ACD : PQ &= \frac{1}{2}AC, PQ \parallel AC \\ MN &\parallel PQ \parallel AC \quad (1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = PQ = \frac{1}{2}AC$$

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABD : MQ &= \frac{1}{2}BD, MQ \parallel DB \\ \triangle DCB : PN &= \frac{1}{2}BD, PN \parallel DB \\ MQ &\parallel PN \parallel BD \quad (2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow MQ = PN = \frac{1}{2}BD$$

چون امتداد AC بر BD عمود است و با توجه به رابطه های (۱) و (۲) $MNPQ$ مستطیل است.

$$\begin{aligned} \text{محیط } MNPQ &= 2(MQ + MN) \xrightarrow{(1), (2)} 2\left(\frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}AC\right) \\ &= BD + AC \quad (3) \end{aligned}$$

$$\triangle ABD : AH = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\triangle DCB : \tan 30^\circ = \frac{CH}{BH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{CH}{\frac{a}{2}} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$AC = AH - CH = \frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$



$$\left| \frac{I+A}{I-A} \right| = a^2 + b^2 \Rightarrow \left| \frac{1 - \tan \frac{\theta}{2}}{\tan \frac{\theta}{2} - 1} \right| = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1$$

$$\Rightarrow 13(a^2 + b^2) = 13$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۹ و ۳۱)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & a & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{vmatrix} \text{ با دترمینان } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 8 \\ -3 & a & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

برابر است. پس لازم است حاصل $\begin{vmatrix} -3 & a \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$ برابر صفر باشد.

$$\begin{vmatrix} -3 & a \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$2 \begin{vmatrix} a-1 & 3-a \\ a+2 & 4-a \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 10 & 2 \end{vmatrix}$$

بنابراین:

در نتیجه:

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 10 & 2 \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{8} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -10 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه ها} = \frac{1}{8}(-4) = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳ و ۲۸)

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می گیریم.

$$A = \begin{bmatrix} 3|A|^2 & -1 \\ -|A| & \frac{4}{3}|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 3|A|^2 & -1 \\ -|A| & \frac{4}{3}|A| \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = 4|A|^3 - |A| \Rightarrow 4|A|^3 - 2|A| = 0$$

$$\Rightarrow 2|A|(2|A|^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A|^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

چون A وارون پذیر است پس $|A| = 0$ قابل قبول نمی باشد. بنابراین:

$$|-2A^2| = (-2)^2 |A|^2 = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۳۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A - 2I = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-2 & b \\ c & d-2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A - 2I| = (a-2)(d-2) - bc = \Delta \Rightarrow ad - 2a - 2d + 4 - bc = \Delta$$

$$\Rightarrow (ad - bc) - 2(a+d) = 1 \quad (1)$$

$$A + I = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+1 & b \\ c & d+1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A + I| = (a+1)(d+1) - bc = 3$$

$$3 = ad + a + d + 1 - bc \Rightarrow (ad - bc) + (a+d) = 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} (ad - bc) - 2(a+d) = 1 \\ (ad - bc) + (a+d) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ad - bc = \frac{\Delta}{3} \\ a + d = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$|A| = ad - bc = \frac{\Delta}{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

از طرف دیگر می دانیم با رسم قطره های متوازی الاضلاع چهار مثلث

هم مساحت به وجود می آید یعنی $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$. در نتیجه:

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{ABCD} \xrightarrow{(1)} S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} (12 S_{\triangle BMN}) = 3 S_{\triangle BMN}$$

$$= 3 \left(\frac{\sqrt{12}}{3} \right) = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

(هندسه دهم، صفحه ۷۲)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

با فاکتورگیری از ماتریس های A و B در تساوی داده شده نتیجه می گیریم:

$$A^2 + AB - BA - B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A(A+B) - B(A+B) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A-B)(A+B) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

اکنون طرفین تساوی به دست آمده را در ماتریس $(A-B)^{-1}$ از چپ ضرب می کنیم. داریم:

$$A+B = (A-B)^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A+B = \frac{1}{1+2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های قطر فرعی $A+B$ برابر با $-\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{3} = -1$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۰ و ۲۳)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ماتریس A^{-1} را به دست می آوریم.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2-3} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

اکنون طرفین تساوی داده شده را از سمت راست در A^{-1} ضرب می کنیم.

$$3I - 2B^{-1}A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\times A^{-1}} 3A^{-1} - 2B^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین دترمینان می گیریم}} |3A^{-1} - 2B^{-1}| = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-77 + 60)(2 - 3) = (-17)(-1) = 17$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$(I+A)(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |(I+A)(I-A)^{-1}| = \begin{vmatrix} a & -b \\ b & a \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |I+A| |(I-A)^{-1}| = a^2 + b^2$$



ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$a \in [2]_1 \Rightarrow a \equiv 2 \Rightarrow a^2 \equiv 4$$

$$b \in [1]_1 \Rightarrow b \equiv 1 \Rightarrow b^2 \equiv 1$$

می‌دانیم $ab^5 - 8a^2b + k$ پس داریم:

$$ab^5 - 8a^2b + k \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab^5 \equiv -2 \\ \text{و} \\ -8a^2b \equiv -8 \times 4 \times -1 \equiv 32 \equiv -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ab^5 - 8a^2b + k \equiv -2 - 1 + k \equiv 0 \Rightarrow k \equiv 3$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

برای به دست آوردن دو رقم آخر (یکان و دهگان) کافی است باقیمانده عدد AB را بر 100 به دست آوریم:

$$AB = 5!(1! + 2! + \dots + 100!) \equiv 5! + 2!5! + 3!5! + 4!5! + \dots \pmod{100}$$

در همه جمله 10×10 وجود دارد

$$\equiv 5! + 2!5! + 3!5! + 4!5! + \dots \equiv 20 + 2(20) + 6(20) + 24(20)$$

$$\equiv 20 + 40 + 120 + 480 \equiv 660 \equiv 60 \pmod{100}$$

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

مجموعه $[a]_m$ شامل اعدادی است که در تقسیم بر m باقیمانده a دارند. $181 \equiv 20 \pmod{100}$ بنابراین:

$$m \mid 181 - 20 = 161 = 7 \times 23$$

اگر $m = 7$ یا 161 باشد $mx + 7y$ مضرب ۷ می‌شود در صورتی که عدد ۱ مضرب ۷ نیست، پس فقط $m = 23$ می‌تواند باشد. از طرفی باقیمانده دو عدد ۲۰ و ۱۸۱ همان ۲۰ است، پس $a = 20$ کافی است باقیمانده تقسیم 23^{20} را بر ۲۳ پیدا کنیم.

$$23^{20} \equiv (-3)^{20} = 3^{20}$$

$$3^{20} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{18} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{16} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{14} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{12} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{10} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^8 \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^6 \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^4 \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^2 \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^0 \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$1398! \equiv 0 \Rightarrow 1398! \equiv 0$$

$$1398! \equiv 0 \Rightarrow 1398! \equiv 0 \pmod{8} \Rightarrow 1398! \equiv 0 \pmod{8}$$

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

باقیمانده عدد داده شده بر ۱۸ (یا بر ۹ و بر ۲) برابر ۱ است:

$$a^{2147} \equiv 1 \pmod{18}$$

$$a^{2147} \equiv 1 \Rightarrow a + 2 + 1 + 4 + 7 \equiv 1 \Rightarrow a \equiv 5 \pmod{18}$$

پس یک مقدار برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$8ab^2 \equiv 3 - b + a - 8 \equiv a - b - 5$$

$$a \cdot b^2 \equiv 3 - b + a - 8 \equiv a - b - 5$$

$$8ab^2 \equiv a \cdot b^2 \Rightarrow a - b - 5 \equiv 3 - b + a - 8 \Rightarrow 2a \equiv 12$$

$$\xrightarrow{(\frac{2}{2}, \frac{1}{1})=1} a \equiv 6 \Rightarrow a = 6$$

$$5aa^2 \equiv 56623 \equiv 5 + 6 + 6 + 2 + 3 \equiv 22 \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۷. گزینه ۱ صحیح است.

اگر روز a را با صفر متناظر کنیم، روز شماره b متناظر با ۳ می‌شود و

$$|b - a| \equiv 3$$

(فاصله دو روز به پیمانه ۷ برابر ۳ می‌شود). با به توان ۲ رساندن طرفین داریم:

$$(b - a)^2 \equiv 9 \equiv 2$$

پس باقیمانده تقسیم عدد $(b - a)^2$ بر ۷ برابر ۲ می‌شود. در بین گزینه‌ها فقط در گزینه ۱ داریم:

$$198 = 7 \times 28 + 2$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم برای $n \geq 6$ $n! \equiv 0 \pmod{26}$ پس:

$$2! + 4! + \dots + 100! \equiv 2! + 4! \equiv 26 \Rightarrow r = 26$$

می‌دانیم رقم یکان هر ۴ مرتبه یکبار تکرار می‌شود و چون $100! \equiv 0 \pmod{10}$ است، پس کافی است رقم یکان $(r + 1)^4$ را محاسبه کنیم.

$$(r + 1)^{100!} \equiv (r + 1)^4 \equiv 27^4 \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۳ و ۲۹)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید $A = 29^{24} + 24^{29} + 4$ باقیمانده A را بر ۳ و ۷ محاسبه

$$\text{می‌کنیم. می‌دانیم } 29 \equiv -1 \text{ و } 24 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$A \equiv 29^{24} + 24^{29} + 4 \equiv (-1)^{24} + 0 + 4 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$\text{می‌دانیم } 29 \equiv 1 \text{ و } 24 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$A \equiv 29^{24} + 24^{29} + 4 \equiv 1 + 0 + 4 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$\text{اما } -1 \equiv 3^3 \pmod{7} \text{ پس } 3^{27} \equiv -1 \text{ و } 3^{29} \equiv -9 \equiv 5 \pmod{7} \text{ است.}$$

$$A \equiv 5 + 5 \equiv 3 \pmod{7}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} A \equiv 3 \pmod{7} \\ A \equiv 2 \pmod{3} \end{cases} \Rightarrow A \equiv 17 \pmod{21}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

از اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$(3^{2k+1})^2 + (5^{2k+1})^2 + 2 \times 3^{2k+1} \times 5^{2k+1} = (3^{2k+1} + 5^{2k+1})^2 \equiv 26$$

$$((3^2)^k \times 3 + (5^2)^k \times 5)^2 \equiv (3 + (-1)^k 5)^2 \equiv 26$$

هم‌نهشت ۱ هم‌نهشت ۱

فقط اگر k فرد باشد، عدد داده شده هم‌نهشت $(-2)^2$ یا ۴ به پیمانه ۲۶ می‌شود.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)



فیزیک

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{t} = \frac{2562 \times 10^3}{7 \times 60} = 6100 \text{ W} = 6.1 \text{ kW}$$

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{6.1}{12.2} \times 100 = 50\%$$

(فیزیک دهم، مشابه تمرین‌های ۱۹ و ۲۰، صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۰)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A \times c_A \times \Delta\theta_A}{m_B \times c_B \times \Delta\theta_B}$$

$$\frac{1}{3} = 3 \times 2 \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{1}{18}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۶)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$140^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} 100^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 100^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} 70^\circ\text{C}$$

$$100^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_4} 70^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$-m c_{\text{بخار}} (40) - m c_{\text{آب}} (30) + m c_{\text{آب}} (60) = 0$$

$$-2m - 54m - 3m + 118 \times 60 = 0$$

$$\Rightarrow -59m + 118 \times 60 = 0$$

$$\Rightarrow m = 120 \text{ g}$$

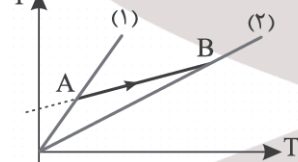
(فیزیک دهم، صفحه ۱۱۱)

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

اگر دو خط مبدأ گذر که از نقاط A و B می‌گذرد در نظر بگیریم، در طی فرایند AB، شیب خط کاهش یافته و می‌دانیم شیب خط در

نمودار P بر حسب T با حجم گاز رابطه عکس دارد، $(\tan \alpha \equiv \frac{nR}{V})$

پس نتیجه می‌گیریم حجم گاز در طی فرایند AB افزایش یافته است.



(فیزیک دهم، صفحه ۱۳۱)

۵۲. گزینه ۱ صحیح است.

تنها گزینه ۱ می‌تواند صحیح باشد. (طبق قانون عمومی گازها)

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{1/2 P_1 \times 1/4 V_1}{0.3 T_1} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

طبق قانون عمومی گازها می‌دانیم:

$$n = \frac{m}{M}$$

$$(1) PV = nRT$$

$$(2) \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{nRT}{P}} = \frac{mP}{nRT} = \frac{P \times M}{R \times T}$$

$$\rho = \frac{2 \times 10^5 \times 20 \times 10^{-3}}{8 \times (400)} = 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۳۰)

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

(۱) تفاسنج بدون تماس با جسم دما را اندازه می‌گیرد.

(۲) کمیت دماسنجی در دماسنج مقاومت پلاتینی، میزان مقاومت الکتریکی است.

(۳) دماسنج ترموکوپل به علت دقت کم دیگر جزء دماسنج‌های معیار نیست. (فیزیک دهم، صفحه ۸۴)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل صفحه ۱۰۳ کتاب درسی

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۳)

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

تمام موارد درست است.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۴)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{\Delta A}{A_1} = \alpha \Delta\theta = 0.4 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 2\alpha \times 40 = 4 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta\theta' = 0.5 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times \Delta\theta' = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \Rightarrow \Delta\theta' = 100^\circ\text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

شرط آنکه اختلاف طول دو میله همواره ثابت بماند آن است که افزایش طول آنها همواره یکسان باشد.

$$\Delta L_A = \Delta L_B \Rightarrow L_A \alpha_A \Delta\theta = L_B \alpha_B \Delta\theta$$

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{L_B}{L_A} = \frac{9}{100} = 0.09$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

برای محاسبه حداکثر مقدار یخ باید دمای تعادل را یخ صفر درجه فرض کرده و همه مواد را به یخ صفر درجه برسانیم.

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta + mL_f, Q_{\text{یخ}} = m'c'\Delta\theta$$

$$Q_{\text{آب}} = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow 100 \times 4.2 \times 40 + 100 \times 336 = m' \times 2.1 \times 40$$

$$m' = 600 \text{ g}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۰)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{آب صفر} \xrightarrow{m L_f} \text{یخ صفر} \xrightarrow{mc\Delta\theta} 10^\circ\text{C}$$

m' : میزان یخ ذوب شده

$$mc\Delta\theta + m' L_f = 4410$$

$$50 \times 10^{-3} \times 2.1 \times 10^3 \times 10 + m' \times 336 \times 10^3 = 4410$$

$$\Rightarrow 336 \times 10^3 m' = 4410 - 1050 \Rightarrow 336 \times 10^3 m' = 3360$$

$$\Rightarrow m' = 0.01 \text{ kg} = 10 \text{ g}$$

در اثر این عمل ۱۰ گرم از یخ ذوب می‌شود، بنابراین ۴۰ گرم یا معادل ۸۰ درصد جرم اولیه یخ ذوب‌نشده باقی می‌ماند.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۸ و ۱۰۵)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$50^\circ\text{C} \text{ بخار آب} \rightarrow 100^\circ\text{C} \text{ آب} \rightarrow 100^\circ\text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta + mL_v = 1 \times 4200 \times 50 + 1 \times 2252 \times 10^3$$

$$= 2562 \times 10^3 \text{ J}$$



۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

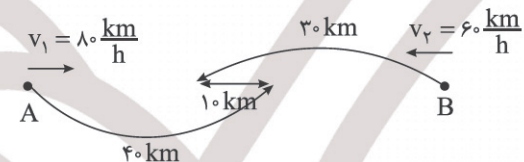
الف) درست، زیرا علامت سرعت در تمام ۵ ثانیه منفی است.
 ب) نادرست، زیرا در ۵ ثانیه اول هیچ گاه سرعت صفر نشده و علامت آن عوض نشده است.
 ج) نادرست، زیرا بزرگی شیب مماس بر نمودار تا ۲ ثانیه اول در حال کاهش است و در $t = 2(s)$ بزرگی شتاب صفر می شود.
 د) نادرست، زیرا در ۲ ثانیه اول، بزرگی سرعت (تندی) در حال افزایش است و حرکت تندشونده است.
 ه) درست، زیرا در بازه مد نظر علامت Δv مثبت و در نتیجه a_{av} نیز مثبت است. یعنی بردار $\vec{a}_{av}$ در جهت محور X هاست.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱ تا ۲۱)

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$|\Delta x_1| = v_1 \Delta t = 80 \times 0.5 = 40 \text{ km}$$

$$|\Delta x_2| = v_2 \Delta t = 60 \times 0.5 = 30 \text{ km}$$



با توجه به مقادیر به دست آمده، فاصله دو شهر برابر است با:



$$\overline{AB} = 30 + 10 + 20 = 60 \text{ km}$$

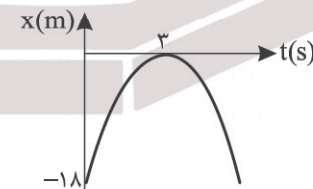
$$\Rightarrow |\Delta x_{AB}| = v_1 \Delta t \Rightarrow 60 = 80 \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \text{ h} = 45 \text{ min}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$x = -2t^2 + 12t - 18 = -2(t^2 - 6t + 9) = -2(t-3)^2$$

طبق رابطه $x = -2(t-3)^2$ ، معادله حرکت یک معادله درجه دوم است که مکان آن همواره منفی است. بنابراین چون همواره $x < 0$ است، پس بردار مکان اصلاً تغییر جهت نمی دهد.



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

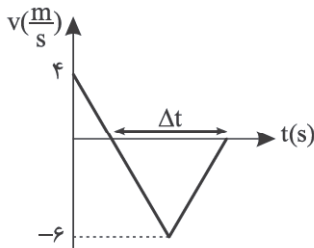
$$\bar{v}_{avA} = \frac{x}{1}$$

$$\bar{v}_{avB} = \frac{-x}{3}$$

$$\left| \frac{\bar{v}_{avA}}{\bar{v}_{avB}} \right| = \left| \frac{x}{\frac{-x}{3}} \right| = 3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

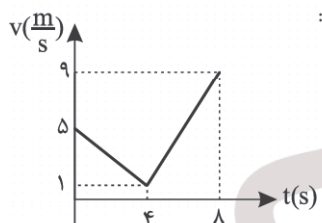


$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6\Delta t}{\Delta t} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

اگر نمودار سرعت - زمان آن را ترسیم کنیم، ملاحظه می شود که: با توجه به نمودار $v-t$ ، اندازه سرعت در مدت ۸s ثانیه ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس افزایش یافته است.



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۱)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

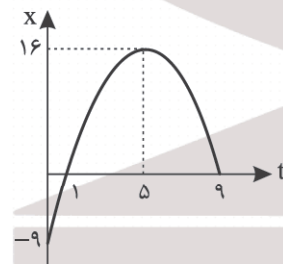
شرط آنکه قطارها به طور کامل از هم عبور کنند آن است که طول کامل هم و فاصله اولیه را بپیمایند.

$$\begin{cases} x_A = 0 + 20t \\ x_B = 1000 - 5t \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow 25t = 1000 \Rightarrow t = \frac{1000}{25} = 40 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

اگر نمودار را به صورت $x = -(t^2 - 10t + 9) = -(t-1)(t-9)$ در نظر بگیریم و آن را رسم کنیم، داریم:



$$0 < t < 5 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = 16 - (-9) = 25 \text{ m} \Rightarrow v_{av} = \frac{25}{5} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$5 \text{ s} < t < 9 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = 16 - 0 = 16 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{16}{4} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{v_{av}}{S_{av}} = \frac{5}{4}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

با بررسی معادله $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ مقدار

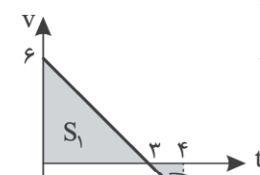
$$\begin{cases} a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \Rightarrow v = at + v_0 = -2t + 6$$



با توجه به نمودار سرعت - زمان در ۴ ثانیه اول، نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و مساحت سطح زیر این نمودار برابر با مسافت طی شده است.

$$L = |S_1| + |S_2| = \frac{6 \times 3}{2} + \left| \frac{1 \times 2}{2} \right| = 10$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۰)



۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی‌های طی شده در بازه‌های زمانی n ثانیه‌های متوالی، دنباله حسابی با قدرنسبت $d = an^2$ ایجاد می‌شود.

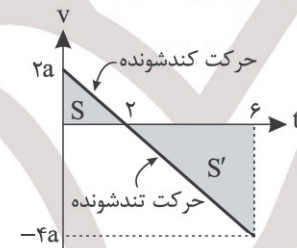
$$\Delta x = \Delta x_3 + a(3)^2 \times 5$$

$$80 = 20 + 45a \Rightarrow a = \frac{60}{45} = \frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۹)

۶۴. گزینه ۴ صحیح است.

یکی از بهترین شیوه‌ها، ترسیم نمودار $(v-t)$ است. زیرا مقدار مسافت از روی نمودار $(v-t)$ بسیار راحت و سریع قابل محاسبه است.



$$S = \frac{2(2a)}{2} = 2a$$

$$S' = \frac{4(4a)}{2} = 8a$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{2a}{8a} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۷)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

در حرکت شتاب ثابت بر روی خط مستقیم، جابه‌جایی‌ها در هر بازه t ثانیه متوالی تشکیل یک تصاعد عددی به قدرنسبت at^2 می‌دهند.

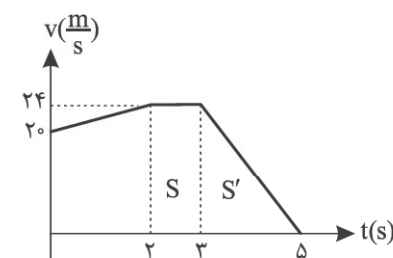
بنابراین در این تست از آنجایی که $t = 0.5s$ است و $at^2 = -2$ داریم:

$$a(0.5)^2 = -2 \Rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 8 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

بهتر است با رسم نمودار $(v-t)$ و محاسبه سطح زیر نمودار، وضعیت خودرو را مشخص کنیم.



$$\Delta v = a \Delta t = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow v_{(t=2)} = 24 \frac{m}{s}$$

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

در $t = 4s$ ، متحرک A، ۴ ثانیه و متحرک B، ۱ ثانیه حرکت کرده است.

$$\Delta x_A = \Delta x_B$$

$$\frac{1}{2} a (4)^2 = \frac{1}{2} (a + 3)(1) \Rightarrow 8a = 0.5a + 1.5 \Rightarrow 7.5a = 1.5$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{5} \frac{m}{s^2} = 0.2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

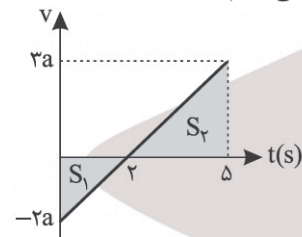
در حرکت سقوط آزاد که یک حرکت با شتاب ثابت است، نمودار $(y-t)$ سهمی و نمودار $(v-t)$ خطی است و از آنجایی که کل مسیر رو به پایین است، باید y و v همواره منفی باشند. در نتیجه تنها گزینه صحیح، گزینه ۳ خواهد بود.

$$\Delta y = -\frac{1}{2} gt^2 = -4.9(16) = -78.4m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



$$\Delta x = x - x_0 = 15 - 5 = 10m$$

$$d = S_1 + S_2 = \frac{2 \times (-2a)}{2} + \frac{3(3a)}{2} = \frac{5a}{2} = 10 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$v_0 = -2a = -8 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_0| = 8 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۵)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

اگر کل زمان حرکت را t_1 فرض کنیم، داریم:

$$h = \frac{1}{2} gt^2 = 5t^2$$

در کل مسیر برای $t_1 - 3$ ثانیه اول:

$$h - 165 = 5(t - 3)^2$$

با کم کردن دو طرف معادلات بالا داریم:

$$165 = 5(t^2 - (t - 3)^2)$$

$$33 = 6t - 9 \Rightarrow 6t = 42 \Rightarrow t = 7s$$

چهار ثانیه آخر بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 7s$ است.

$$t_1 = 3s \Rightarrow v = gt = 30 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 7s \Rightarrow v = gt = 70 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 50 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



شیمی

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

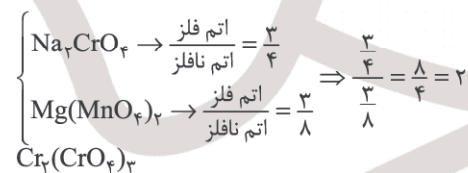
ب) فعالیت آتشفشانها سبب می شود گازهای گوناگون و مواد شیمیایی جامد به صورت گرد و غبار وارد هواکره شوند.
پ) زمین از دیدگاه شیمیایی پویا است و بخش های گوناگون آن با یکدیگر، برهم کنش های فیزیکی و شیمیایی دارند.
(شیمی دهم، صفحه ۱۸۶)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

موارد اول، دوم و چهارم نادرست می باشند.
مورد اول: ترکیب کلسیم فسفات در آب نامحلول بوده و برخلاف آلومینیم سولفات، تولید یون نمی کند.
مورد دوم: در آب آشامیدنی و شیرین یون (Fe^{2+}) آهن (II) وجود دارد.
مورد سوم: از انحلال هر واحد پتاسیم سولفات در آب، تولید ۳ واحد یون می شود.
 $K_2SO_4(s) \xrightarrow{H_2O} 2K^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$
مورد چهارم: در یون چنداتی، بار متعلق به اتم خاصی نبوده و به کل یون تعلق دارد.
(شیمی دهم، صفحه ۹۲)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به ترکیبات داده شده، یون پرمنگنات به صورت (MnO_4^-) و کرومات به صورت (CrO_4^{2-}) می باشد.

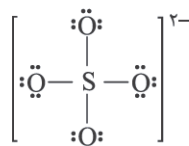


$$\frac{3}{10} \text{ mol } Cr_2(CrO_4)_3 \times \frac{12 \text{ mol O}}{1 \text{ mol } Cr_2(CrO_4)_3} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom O}}{1 \text{ mol O}} = 216.72 \times 10^{22} \text{ atom O}$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۰)

۷۴. گزینه ۱ صحیح است.

هر چهار عبارت داده شده نادرست می باشند.
مورد اول: در محلول منیزیم نیترات $(Mg(NO_3)_2)$ ، تعداد مول یون نیترات، دو برابر مول یون منیزیم می باشد. با توجه به تفاوت در جرم مولی NO_3^- و Mg^{2+} ، غلظت این دو یون با یکای (ppm) دو برابر نخواهد بود.
مورد دوم: یون چنداتی با بیشترین غلظت در آب دریا، یون سولفات (SO_4^{2-}) می باشد که در ساختار لوویس خود دارای ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی است.



مورد سوم: با توجه به تفاوت جرم مولی یون های سدیم و کلرید، غلظت این دو یون در محلول رقیق آنها با یکای (ppm) برابر هم نخواهد بود.
مورد چهارم: تفاوت آب آشامیدنی با دیگر آب ها در نوع و مقدار مواد حل شده در آنها می باشد.

(شیمی دهم، صفحه ۹۳)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

جرم محلول اولیه را برابر ۱۰۰ گرم در نظر می گیریم:

$$CaBr_2 = 40 + 2(80) = 200 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$100 \text{ g محلول} \times \frac{1/5 \text{ g } CaBr_2}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } CaBr_2}{200 \text{ g } CaBr_2} \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{1 \text{ mol } CaBr_2} \times$$

$$\frac{40 \text{ g } Ca^{2+}}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} = 0.3 \text{ g } Ca^{2+}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.3 \text{ g } Ca^{2+}}{100 \text{ g محلول}} \times 10^6 = 3000 \text{ ppm}$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۵)

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$M = \frac{n}{V} = \frac{(0.03 + 0.02) \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 5 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

(۱) غلظت محلول برابر است با:

$$M = \frac{0.04 \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 4 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

(۲) غلظت محلول برابر است با:

$$M = \frac{0.01 \text{ mol}}{0.01 \text{ L}} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

(۳) غلظت محلول برابر است با:

$$M = \frac{0.02 \text{ mol}}{0.05 \text{ L}} = 4 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

(۴) غلظت محلول برابر است با:

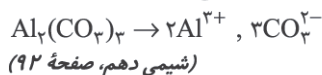
$$M = \frac{0.02 \text{ mol}}{0.04 \text{ L}} = 5 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۷)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

(۱) در ساختار آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) و نقره سولفات (Ag_2SO_4) در کنار پیوند یونی میان کاتیون و آنیون، پیوند کووالانسی در یون های چنداتی (NH_4^+) ، (NO_3^-) ، (SO_4^{2-}) وجود دارد.
(۲) در آمونیوم سولفات $((NH_4)_2SO_4)$ نسبت آنیون به کاتیون برابر $\frac{1}{2}$ و در ترکیب آهن (II) هیدروکسید $(Fe(OH)_2)$ این نسبت برابر $\frac{2}{1}$ می باشد.

(۳) در واکنش زیر، ترکیب نامحلول $(BaSO_4)$ تشکیل می شود که یک ترکیب سه تایی است.
 $BaCl_2(aq) + Na_2SO_4(aq) \rightarrow 2NaCl(aq) + BaSO_4(s)$
(۴) هنگام تشکیل یک مول ترکیب آلومینیم کربنات $(Al_2(CO_3)_3)$ ، ۶ مول الکترون میان کاتیون و آنیون مبادله می شود.



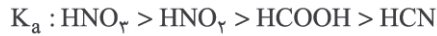
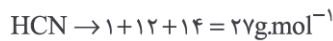
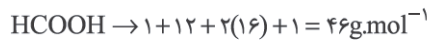
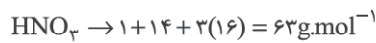
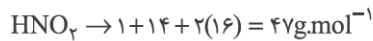
۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

محلول، یک مخلوط همگن می باشد و حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است.
محلول قابلیت پخش نور را ندارد زیرا اندازه ذرات حل شده در آن (شامل یون ها و مولکول های جدا از هم) بسیار کم بوده و قابلیت شکست نور عبوری را ندارند.
در یک محلول، جسم حل شده دارای مول (و نه جرم) کمتر و حلال دارای مول بیشتری است.
یک محلول می تواند به هر سه حالت فیزیکی باشد (محلول مایع: آب نمک، نوشابه و الکل در آب = محلول گازی: هوا = محلول جامد: آلیاژ فلزات)
(شیمی دهم، صفحه های ۸۶ تا ۹۱)



(جرم مولی: m و چگالی: d و درصد جرمی: a)

$$12.4 = \frac{10 \times 60 \times 10^{-3}}{m} \Rightarrow m \approx 63 \text{ g.mol}^{-1}$$



(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۰)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد دوم درست می‌باشد.

مورد اول: ورود فاضلاب‌های صنعتی به محیط زیست سبب تغییر pH (و نه الزاماً اسیدی شدن محیط) می‌شود.

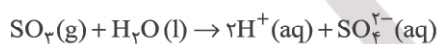
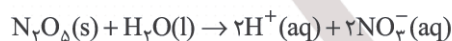
مورد سوم: اغلب فلزات می‌توانند با اسیدها واکنش داده و تولید گاز هیدروژن می‌کنند. فلزاتی همانند مس، طلا، جیوه، نقره و پلاتین با اسیدها واکنش نمی‌دهند.

مورد چهارم: برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن کلسیم اکسید (آهک، اکسید بازی و اکسید فلزی) اضافه می‌کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

صورت درست معادلات نادرست به صورت زیر است:



(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۵)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

نیتریک اسید (HNO_3) یک اسید قوی است. در آب به تقریب به صورت کامل یونیده شده و غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده آن به تقریب برابر صفر است. درجه یونش این اسید برابر ($\alpha \approx 1$) و درصد یونش آن ($\alpha \approx 100\%$) می‌باشد.

نیترواسید (HNO_2) یک اسید ضعیف است. در آب به صورت یونی مولکولی (بیشتر مولکولی) حل شده، بخش عمده مولکول اولیه یونیده نمی‌شود و درجه یونش آن ($\alpha < 1$) می‌باشد (به صفر نزدیک‌تر است). هر چه غلظت یک اسید ضعیف بیشتر باشد، امکان یونش کمتر شده و درجه یونش مقدار کمتری خواهد داشت.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۶)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

آ) محلول آبی یک اسید آرنیوس اگر چه رسانای جریان برق می‌باشد اما محلول دارای بار الکتریکی نیست.

ب) الککل دارای گروه عاملی هیدروکسیل ($-\text{OH}$) بوده و در آب باعث افزایش غلظت یون هیدروکسید (OH^-) نمی‌شوند.

پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند پاک‌کننده‌های صابونی، خاصیت بازی دارند و با انحلال در آب غلظت یون هیدروکسید (OH^-) را بیشتر می‌کنند.

ت) اکسیدهای نافلزی (SO_3 ، N_2O_5) در ساختار خود دارای یون (H^+) نبوده، اما اسید آرنیوس می‌باشند و همچنین ترکیبی

همانند آمونیاک (NH_3) در ساختار خود یون (OH^-) ندارد، اما یک باز آرنیوس است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۵)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا جرم محلول و سپس جرم و مول حل‌شونده را محاسبه می‌کنیم و در پایان به حجم گاز HF می‌رسیم.

$$1.05 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = \frac{x}{1000 \text{ mL}} \Rightarrow x = 1050 \text{ g}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y}{1050} \times 100 \Rightarrow y = 21 \text{ g HF}$$

$$21 \text{ g HF} \times \frac{1 \text{ mol HF}}{20 \text{ g HF}} \times \frac{22400 \text{ mL HF}}{1 \text{ mol HF}} = 23520 \text{ mL HF}$$

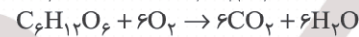
(شیمی دهم، صفحه ۹۶)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

دستگاه گلوکومتر، میلی گرم گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) را در هر دسی لیتر (0.1 L) از خون نشان می‌دهد.

$$\frac{1}{4} \text{ L} \times \frac{90 \times 10^{-3} \text{ g}}{0.1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$= 2.5 \times 10^{-3} \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$



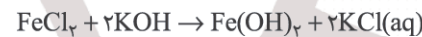
$$2.5 \times 10^{-3} \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{6 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 660$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۷)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

معادله موازنه شده:



ابتدا جرم KOH را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم مول FeCl_3 و سپس حجم لازم از محلول 0.05 M آن را به دست آوریم:

$$560 \text{ ppm} = \frac{x}{1000} \times 10^6 \Rightarrow x = 56 \times 10^{-3} \text{ g KOH}$$

$$56 \times 10^{-3} \text{ g KOH} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{2 \text{ mol KOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ L محلول}}{0.05 \text{ mol FeCl}_3} = 0.1 \text{ L محلول}$$

پس 100 میلی لیتر از محلول 0.05 M FeCl_3 نیاز داریم.

با توجه به چگالی محلول اولیه KOH و ثابت بودن حجم محلول‌ها پس از واکنش، حجم محلول نهایی برابر با 200 میلی لیتر خواهد بود، حالا غلظت مولار KCl را محاسبه می‌کنیم:

$$56 \times 10^{-3} \text{ g KOH} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} \times \frac{2 \text{ mol KCl}}{2 \text{ mol KOH}} = 10^{-3} \text{ mol KCl}$$

$$\text{غلظت مولار KCl} = \frac{10^{-3} \text{ mol}}{200 \times 10^{-3} \text{ L}} = 5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۹)

۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

آ) با افزودن مقداری حل‌شونده خالص به محلولی در حجم ثابت، غلظت محلول افزایش می‌یابد.
(ت)

$$10^6 \text{ g محلول} \times \frac{9 \text{ g NaCl}}{100 \text{ g محلول}} = 9000 \text{ g NaCl} = 9 \text{ kg NaCl}$$

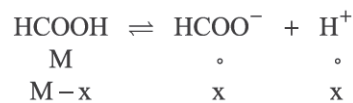
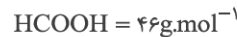
(شیمی دهم، صفحه ۹۸)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$M = \frac{10 \text{ ad}}{m}$$



۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

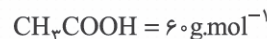


$$\text{M} - 0.01 = 0.24 \Rightarrow \text{M} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

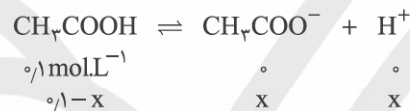
$$\frac{2}{10} \text{ L} \times 0.25 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{46 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 2.3 \text{ g HCOOH}$$

$$\alpha = \frac{x}{M} \times 100 = \frac{0.01}{0.25} \times 100 = 4\%$$

۸۹. گزینه ۳ صحیح است.



$$6000 \text{ ppm} = \frac{6 \times 10^3 \text{ mg}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol}}{60 \text{ g}} = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



$$\begin{aligned} \text{مجموع غلظت یون‌ها و مولکول یونیده نشده} &= 0.1 - x + x + x \\ &= 0.1 + x = 0.12 \Rightarrow x = 0.02 \end{aligned}$$

$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{x^2}{\text{M} - x} = \frac{(2 \times 10^{-2})^2}{(0.1 - 0.02)} = \frac{4 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-2}} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۰)

۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

موارد چهارم و پنجم به درستی بیان شده‌اند.

مورد اول: سامانه تعادلی باید سامانه‌ای ایزوله یا بسته باشد و نباید با محیط پیرامون خود مبادله ماده کند.

مورد دوم: از لحظه برقراری تعادل، غلظت مواد، ثابت (نه یکسان) و سرعت واکنش‌های رفت و برگشت، ثابت و برابر هم می‌باشد.

مورد سوم: خواص قابل مشاهده (غلظت، رنگ، فشار، دما و ...) در سامانه تعادلی ثابت است نه یکسان.

مورد چهارم: در سامانه بسته، اگر چه سامانه با محیط پیرامون خود ماده‌ای مبادله نمی‌کند اما مبادله انرژی با محیط خواهد داشت.

مورد پنجم: هر چه ثابت یونش برای سامانه تعادل اسیدی بیشتر باشد، بیانگر پیشرفت بیشتر واکنش در جهت رفت است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۹)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

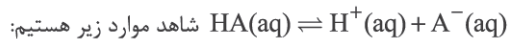
با افزودن نوار منیزیم به محلول دو اسید HA و HB، هر چه غلظت یون هیدرونیوم $[\text{H}^+]$ در محلول بیشتر باشد، سرعت واکنش و سرعت تولید گاز هیدروژن بیشتر است.

با توجه به اینکه غلظت اولیه دو اسید نامشخص است، بیشتر بودن غلظت یون هیدرونیوم الزاماً به معنی بیشتر بودن ثابت یونش اسیدی نخواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۲)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

با افزودن مقداری اسید HA به آب و برقراری تعادل



به تدریج مقدار ماده اولیه کاهش یافته، سرعت مصرف ماده اولیه کمتر شده و در نهایت غلظت این ماده و سرعت واکنش رفت ثابت می‌ماند.

به تدریج مقدار ماده حاصل بیشتر شده، سرعت مصرف ماده حاصل (واکنش برگشت) بیشتر شده و در نهایت غلظت این ماده و سرعت واکنش برگشت ثابت می‌ماند.

با توجه به ضریب یکسان برای اسید اولیه و یون‌های حاصل، شیب نمودار غلظت - زمان همانند هم می‌باشد.

با توجه به اینکه بخش عمده اسید اولیه یونیده نمی‌شود، در محلول حاصل غلظت اسید اولیه بیشتر از غلظت یون‌های تولیدشده است.

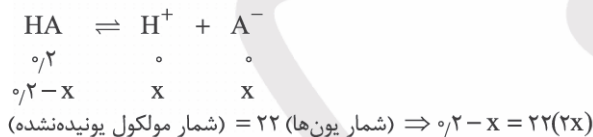
(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۰)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

موارد اول و سوم درست هستند.

مورد دوم: اتیلن گلیکول و شکر در آب به صورت مولکولی حل شده و درجه یونش برابر صفر دارند اما آمونیاک یک باز ضعیف است، به صورت یونی مولکولی حل می‌شود و درجه یونش آن صفر نیست.

مورد سوم:

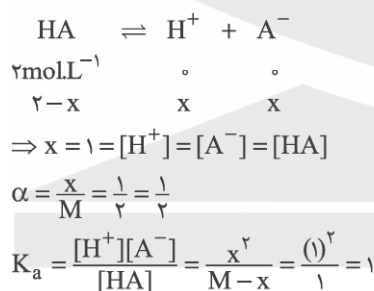


$$\Rightarrow 0.2 = 45x \Rightarrow x = \frac{0.2}{45} \Rightarrow \alpha = \frac{x}{M} \times 100 = \frac{45}{0.2} \times 100 = \frac{100}{45} \approx 2.2\%$$

مورد چهارم: درجه یونش یک اسید به دما، غلظت اسید و نوع اسید وابسته بوده اما مستقل از حجم اسید می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۱)

۹۴. گزینه ۱ صحیح است.



(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۲)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به مقایسه مقدار ثابت یونش سه اسید داده شده می‌توان گفت:



(۱) در دما و غلظت یکسان میزان رسانایی سه اسید داده شده مطابق ترتیب ثابت یونش اسیدی می‌باشد.

(۲) با فرض انجام کامل واکنش، حجم گاز هیدروژن تولیدشده در هر سه واکنش برابر هم است.

(۳) در دما و غلظت یکسان، شمار مولکول‌های یونیده‌نشده برای HCN بیشتر از دو اسید دیگر است.

(۴) در دمای یکسان، مقدار ثابت یونش اسیدی ثابت می‌ماند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۳)